4 MATEMATIKKPRESTASJONER

I dette kapitlet vil vi se nærmere på elevenes prestasjoner i matematikk både for 8. klasse og for 4. klasse og sammenlikne med resultatene i referanselandene. Først vil vi se hvordan elevene fordeler seg på ulike nivåer i matematikk og deretter på kjønnsforskjeller i prestasjoner. Vi vil deretter sammenlikne prestasjonene innenfor de fem fagområdene Tall, Algebra/Mønstre, Målinger, Datarepresentasjon og Geometri. I siste del av kapitlet presenterer vi eksempler på enkeltoppgaver med resultater innenfor hvert av disse områdene. Sammenlikning med resultatene fra TIMSS 1995 vil stå sentralt.

4.1 Ulike nivåer i matematikk

Poengskalaen i TIMSS uttrykker generelt noe om elevers prestasjonsnivå i matematikk. Med ønsket om å knytte meningsfulle beskrivelser av kunnskaper og ferdigheter i matematikk til denne poengskalaen, har man i TIMSS ut fra helt bestemte kriterier plassert konkrete oppgaver på ulike nivåer. Slik blir det mulig å beskrive hva som kjennetegner elevers kompetanse på de forskjellige nivåene. Punktene nedenfor viser hvordan poeng og betegnelser vil bli knyttet sammen i vår videre presentasjon av resultater:

- **Nivå 4 – fra 625 poeng og høyere**
  Avansert nivå, hvor elevene kan bruke matematikk til å løse komplekse, ikke rutinepregede oppgaver. I 8. klasse kan det for eksempel være å beregne endringer i prosent eller å modellere enkle situasjoner algebraisk. I 4. klasse kan det være å løse flertrinns tekstoppgaver som omhandler forhold mellom størrelser, eller å vise god forståelse for brøk og desimalregning.
- **Nivå 3 – fra 550 til 624 poeng**
  Høyt nivå, hvor elevene kan bruke matematikk på en rekke komplekse problemer. Det kan for eksempel i 8. klasse være å ordne, relatere og utføre beregninger med brøk og desimaltall for å løse tekstoppgaver. I 4. klasse kan det være å løse flertrinns tekstoppgaver knyttet til de fire regningsartene.
- **Nivå 2 – fra 475 til 549 poeng**
  Middels nivå, hvor elever kan anvende matematiske basiskunnskaper i enkle, ukompliserte situasjoner. I 8. klasse kan det for eksempel være å løse etttrinns tekstoppgaver hvor man anvender de fire regningsartene på hele tall og desimaltall. I 4. klasse kan det være å utføre operasjoner med tre- og firesifrede tall eller desimaltall.
- **Nivå 1 – fra 400 til 474 poeng**
  Lavt nivå, hvor elevene har en del grunnleggende og elementær matematisk kunnskap. I 8. klasse kan det for eksempel være å utføre enkle beregninger knyttet til hele tall eller å velge hvilket desimaltall som er nærmest et heltall.

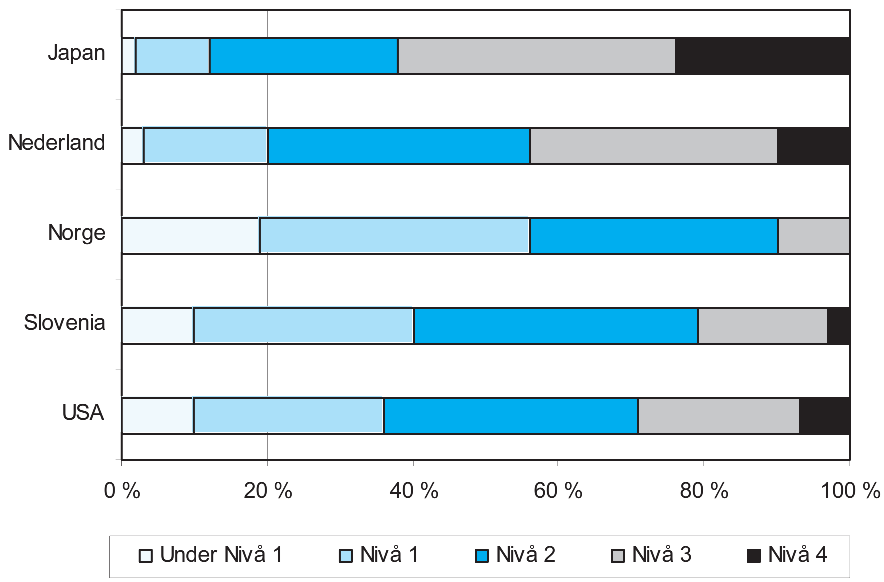
I 4. klasse kan det være å vise at man forstår hele tall og kan utføre enkle beregninger med dem.

- **Under nivå 1 – 399 poeng og lavere**

Nivået ligger under de nivåene som er definert og beskrevet i TIMSS. Dette er elever som ikke viser at de har grunnleggende og elementær kunnskap i matematikk.

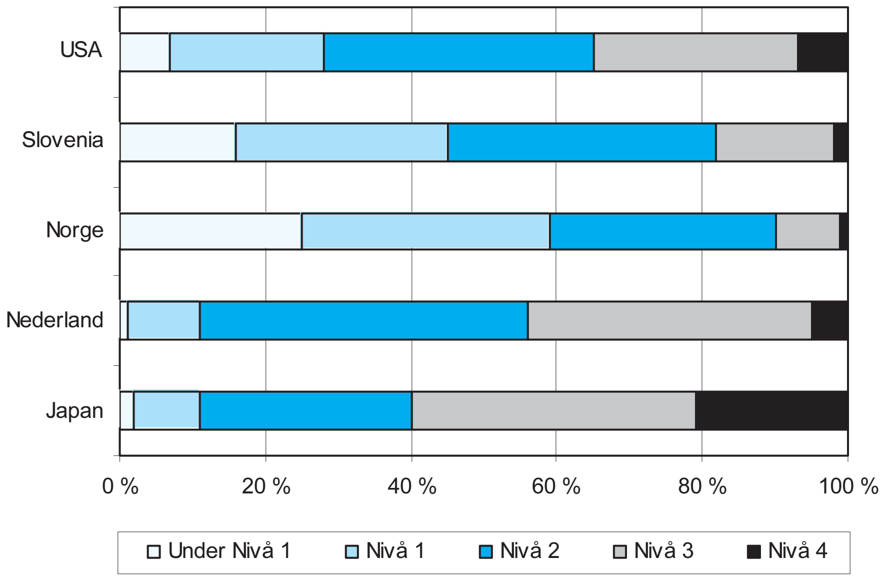
Disse nivåene brukes i begge populasjoner, med noe ulik beskrivelse av nivåene. Eksemplene i beskrivelsen ovenfor er i hovedsak hentet fra området *Tall*. Beskrivelsene baserer seg på hvilke oppgaver elever på et bestemt nivå har vist at de mestrer, i motsetning til elever på et lavere nivå. Dersom minst 65 prosent av elevene på nivå 3 og mindre enn 50 prosent av elevene på nivå 2 svarer riktig på en oppgave, vil denne oppgaven inngå i utvalget av oppgaver som definerer prestasjonene til elevene på nivå 3. Tilsvarende prosentsatser benyttes for å legge oppgaver til de andre nivåene. Vi vil presisere at disse prosentsatsene er beregnet ut fra totalresultatet i TIMSS, alle deltakerland inkludert. Det bør også legges til at det ikke er mulig å nivåplassere alle oppgavene ut fra disse kriteriene.

Figur 4.1 Fordeling av elever på nivåer i matematikk i 8. klasse



Elever som er plassert på et bestemt nivå, har i tillegg til kompetansene som kjennetegner dette nivået, også kompetansene på de underliggende nivåene. Beskrivelsene av prestasjonsnivåene er altså slik sett kumulative. I vår senere presentasjon av resultater på enkeltoppgaver har vi brukt flere av de oppgavene som har vært med å definere de ulike nivåene. Figur 4.1 og figur 4.2 viser hvordan elevene fordeler seg på de ulike nivåene i henholdsvis 8. klasse og 4. klasse.

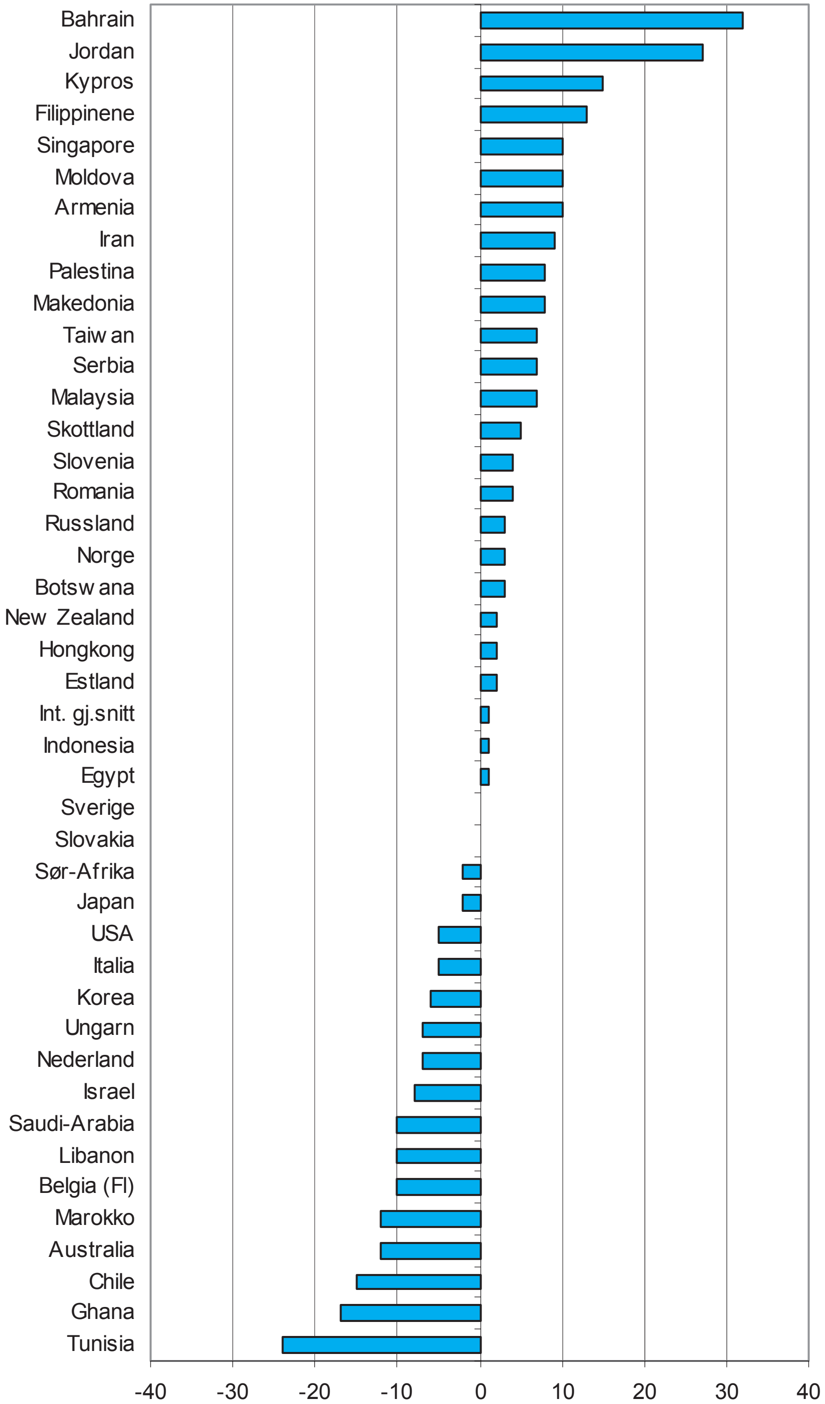
Figur 4.2 Fordeling av elever på nivåer i matematikk i 4. klasse



Vi ser at bildet av elevenes nivåfordeling i de enkelte land er bemerkelsesverdig likt for de to klassetrinnene. På begge trinn utmerker Norge seg ved å ha en større gruppe elever enn de andre landene som ikke når opp til det lavest beskrevne kompetansenivået i TIMSS, 19 prosent i 8. klasse og 25 prosent i 4. klasse. Vi ser også at så godt som ingen norske elever når opp til det høyeste nivået verken i 8. klasse eller i 4. klasse.

I 8. klasse når 10 prosent av elevene i Norge det nest høyeste nivået, og ingen når det høyeste, mot 21 prosent på disse to nivåene i Slovenia og 44 prosent i Nederland. Hele 56 prosent av elevene i Norge ligger på eller under nivå 1 mot 40 prosent i Slovenia og 20 prosent i Nederland. Bildet er i store trekk det samme for 4. klasse. I 4. som i 8. klasse er det bare 10 prosent av de norske elevene som når opp til de to høyeste nivåene.

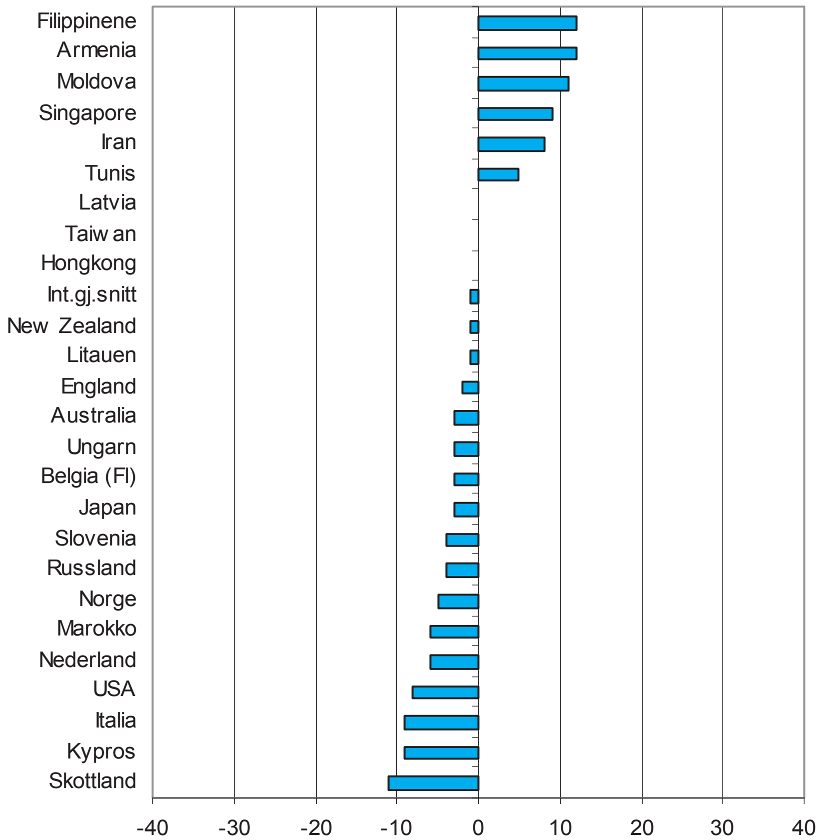
Figur 4.3 Kjønnsforskjeller i matematikk i 8. klasse. Positive verdier i jentenes favør



4.2 Kjønnsforskjeller i matematikk

Figur 4.3 (se forrige side) viser forskjellen mellom jenters og gutters gjennomsnittsskåre i matematikk i 8. klasse for hvert land. Positive forskjeller betyr at jentene presterer best, negative at guttene er best. Forskjellene er små i de fleste land, og vi ser at det varierer om det er jentene eller guttene som presterer best i faget. Gjennomsnittlig kjønnsforskjell for alle landene viser at det ikke er et bestemt kjønn som utmerker seg som gjennomgående best. De norske resultatene utmerker seg ikke på noen måte. Den lille forskjellen vi finner i jentenes favør, er ikke statistisk signifikant.

Figur 4.4 Kjønnsforskjeller i matematikk i 4. klasse. Positive verdier i jentenes favør



Figur 4.4 viser forskjellen mellom jenters og gutters prestasjoner i matematikk i 4. klasse på samme måte som for 8. klasse. Også i 4. klasse varierer det mellom land hvilket kjønn som presterer best, og igjen er den gjennomsnittlige kjønnsforskjellen for alle landene tilnærmet null. Forskjellene i 4. klasse er gjennomgående enda mindre enn dem vi så i 8. klasse. De norske resultatene markerer

seg heller ikke på dette klassetrinnet. Den lille forskjellen vi denne gangen finner i guttenes favør, er heller ikke statistisk signifikant.

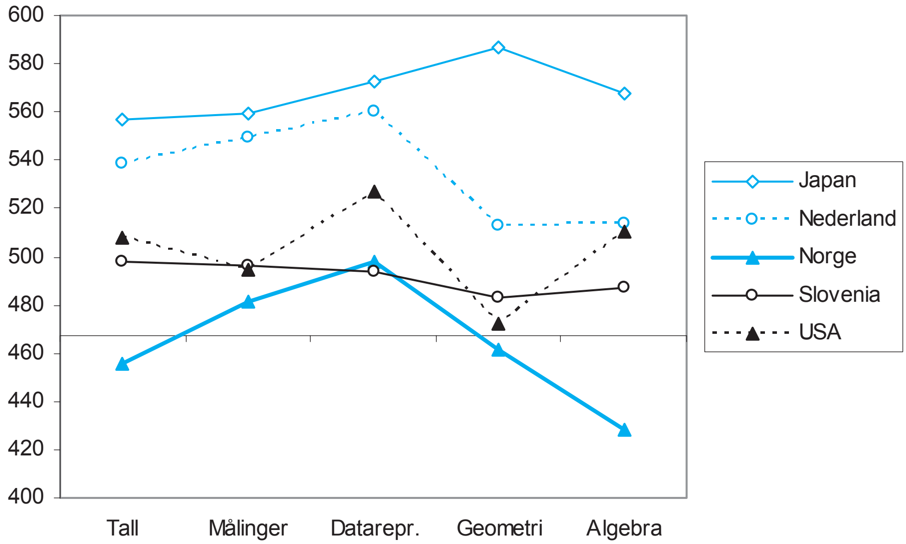
I noen land er det konsistent i begge populasjonene hvilket kjønn som presterer best i matematikk. I Armenia, Filippinene, Moldova, Singapore og Iran gjør jentene det best både i 4. klasse og i 8. klasse. I Marokko, Nederland og Ungarn presterer guttene best på begge klassetrinn. I andre land, som Norge, Litauen, Tunisia og Skottland, varierer det mellom populasjonene om det er jenter eller gutter som presterer best. Mange av forskjellene er små, forskjellen i poeng mellom jenter og gutter må i de fleste land nærme seg 10 poeng for å være statistisk signifikant.

4.3 Prestasjoner på hvert av emneområdene

4.3.1 Sammenlikning mellom emneområdene

Basert på det matematiske innholdet har TIMSS plassert matematikkoppgavene i fem emneområder: *Tall, Målinger, Datarepresentasjon, Geometri* og *Algebra/Mønstre* (se kapittel 3). Figur 4.5 viser "kunnskapsprofilene" for våre utvalgte land i 8. klasse innenfor disse fem emneområdene. Det internasjonale gjennomsnittet er 467 poeng innenfor hvert område, som svarer til et gjennomsnitt på 500 poeng i TIMSS 1999. Norske elever på 8. trinn skårer relativt best på området datarepresentasjon og svakest i algebra. Dette samsvarer helt med resultatene i 1995: *"Særlig tydelig er de svake resultatene i Algebra og de forholdsvis gode i Datarepresentasjon."* (Lie mfl. 1997a, s. 45).

Figur 4.5 Prestasjoner på ulike emneområder i matematikk i 8. klasse. Poenggjennomsnitt for hvert land



Det er ikke overraskende at norske elever gjør det svakt på området algebra på 8. trinn. Dette er et område av matematikken som klart er blitt nedtonet i norske læreplaner for grunnskolen. Mer bekymringsfullt er det at vi også skårer relativt svakt på de andre områdene. Vi skårer lavere enn alle referanselandene på alle områdene unntatt datarepresentasjon, og datarepresentasjon og målinger er de eneste områdene hvor vi ligger over det internasjonale gjennomsnittet. Vi ser at Japan og dernest Nederland er de som skårer klart best på alle områdene unntatt i algebra, hvor Nederland og USA skårer omtrent likt.

Slovenia og USA er de to landene som ligger nærmest oss i prestasjoner, men særlig på to områder skårer norske elever betydelig lavere: tall og algebra. Det kan synes noe paradoksalt hvis vi oppfatter tall som det mest fundamentale området og det man legger mest vekt på i norsk skole, mens algebra er et område som er nedtonet i læreplanen for grunnskolen. På den andre siden har vi tidligere (se kapittel 3) pekt på at tall og tallregning utgjør en viktig del av den rene matematikken, hvor kunnskap og forståelse knyttet til formelle symboler er en forutsetning. Både tall og algebra er emner som er basert på abstrakte symboler, og hvor store deler av kunnskapen er knyttet til det vi kan kalle formell matematikk. L97 er den første norske læreplanen hvor disse områdene er knyttet nært sammen. Området heter *Tall* på småskole- og mellomtrinnet, mens det heter *Tall og algebra* på ungdomstrinnet. I tidligere læreplaner har dette hørt til under ulike hovedemner. Som en introduksjon til Veiledningshefte til algebra i KIM (Kvalitet i matematikkundervisningen) understrekes følgende:

> *"(...) å lære algebra har sine røtter i den matematikken en lærer i de første klassene i grunnskolen, når elevene legger merke til regelmessigheter i sitt arbeid med tall. Fra denne begynnelsen utvikler de kunnskaper om egenskaper ved tallene og regneoperasjonene, egenskaper som senere skal generaliseres til kunnskaper i algebra. Flere studier som er gjort av elevers kunnskaper i dette emnet, peker på at mange får vansker med å lære algebra fordi de ikke har solide nok kunnskaper om tallene og de grunnleggende regneoperasjonene."* (Brekke mfl. 2000, s. 3).

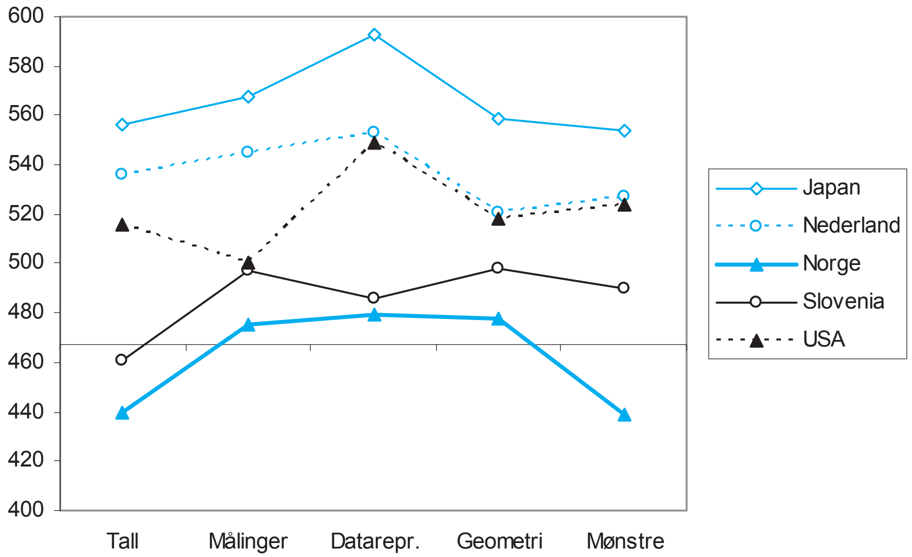
Det er derfor tankevekkende at det er på områdene tall og algebra at norske elever ser ut til å skille seg mest ut i negativ retning. De svake prestasjonene i algebra synes naturlig på bakgrunn av at dette området er nedtonet i læreplaner for grunnskolen, men de svake prestasjonene på området tall gir særlig grunn til bekymring. Det lover ikke godt for elevenes muligheter til eventuelt å tilegne seg kunnskaper i algebra på et senere tidspunkt.

Når det gjelder de to høyest presterende av våre referanseland, Japan og Nederland, er det særlig på områdene tall, målinger og datarepresentasjon at disse to landene ligger nær hverandre i prestasjoner. På områdene geometri og algebra er det bare Japan som skårer spesielt høyt. Her skårer Nederland på nivå med Slovenia og USA. Nederland ser derfor ikke ut til å legge så stor vekt på tradisjonell ren matematikk i algebra og geometri, men med solide kunnskaper på området tall er deres utgangspunkt for eventuelt senere å lære algebra et helt annet enn for de norske elevene. Vi ser også at på områdene tall og algebra skårer elevene i Slovenia langt høyere enn de norske.

Det er ikke bare for eventuelt senere å lære algebra at gode kunnskaper når det gjelder tall, er en nødvendig forutsetning. For anvendt matematikk, som bruk av matematikk for å løse problemer man støter på i dagligliv og samfunnsliv, er det ofte blitt framhevet at gode elementære kunnskaper når det gjelder tall, er en nødvendig forutsetning. Mange har påpekt at for å prestere godt innen anvendt matematikk eller det som blir kalt problemløsing, må elevene ha en basis av elementære matematiske kunnskaper og ferdigheter (Schoenfeldt 1992, Gardiner 2004).

Figur 4.6 viser hvordan norske elever i 4. klasse presterer innenfor de ulike matematiske emneområdene sammenliknet med referanselandene. Emnene tall og mønstre skiller seg igjen ut som de to områdene hvor norske elever skårer dårligst. Mønstre i 4. klasse i TIMSS er det området som kan knyttes til algebra i 8. klasse. I 4. klasse går dette ut på å se mønstre og sammenhenger og kunne generalisere. Dette er helt i samsvar med norsk læreplan, hvor man på småskole- og mellomtrinnet skal arbeide med mønstre og sammenhenger knyttet til tall med sikte på å legge et grunnlag for den senere mer formelle algebraen.

Figur 4.6 Prestasjoner på ulike emneområder i matematikk i 4. klasse. Poenggjennomsnitt for hvert land



Norske elever gjør det relativt best på områdene datarepresentasjon, målinger og geometri. Det generelle bildet av norske elevers prestasjoner på ulike områder av matematikk i 4. klasse er i hovedsak det samme som vi så i 8. klasse. Også i 4. klasse skårer norske elever gjennomgående klart lavere enn våre fire referanseland, unntatt for datarepresentasjon, hvor vi ligger omtrent på nivå med Slovenia. De bekymringene vi uttrykte i forbindelse med resultatet i 8. klasse, gjelder i minst like stor grad for de yngre elevene. I 4. klasse er det enda klarere at norske elever presterer svakest innenfor områdene tall og mønstre. Også Slovenia skårer relativt svakt på området tall, men likevel klart bedre enn oss, i dette som i de andre emnene.

Vi skal nå se nærmere på hvordan norske elever presterer på hvert enkelt av disse matematiske områdene. På bakgrunn av det vi hittil har skrevet om at det er en fordel å knytte et område som algebra (mønstre i 4. klasse) nært opp mot hva elevene kan på området tall, vil vi starte med å studere disse to områdene. For hvert emneområde vil vi gi noen eksempler på oppgaver og kommentere hvordan elevene i Norge og referanselandene presterte her. Det er bare et fåtall av de frigitte oppgavene i TIMSS 2003 som omtales her, alle frigitte oppgaver er imidlertid tilgjengelige på nettet (www.timss.no).

Når det gjelder tall, vil vi se eksempler på noen oppgaver som dreier seg mest om fakta eller ferdigheter, og andre som i hovedsak krever begrepsforståelse. Alle oppgavene innen tall og algebra vil være klassifisert fra avansert nivå (nivå 4) til lavt nivå (nivå 1), se første del av dette kapitlet. Vi vil starte med de eksempeloppgavene som er klassifisert som de vanskeligste, og så gå videre til enklere oppgaver. Vi presenterer først alle eksemplene i 8. klasse innenfor et område, så i 4. klasse for det samme området.

4.3.2 Prestasjoner på området Tall

Vi skal nå studere noen eksempler på hvordan norske elever presterer på noen utvalgte oppgaver på området *Tall*, først i 8. klasse, deretter i 4. klasse. I denne boka har vi som nevnt bare valgt ut noen få eksempler på oppgaver. Man må derfor være forsiktig med å trekke for generelle konklusjoner basert på disse eksemplene. På områdene tall og algebra vil vi bruke de samme eksemplene som angir de ulike kompetansenivåene i den internasjonale TIMSS-rapporten (Mullis mfl. 2003). Oppgavene er valgt fordi de er typiske for området, samtidig som vi knytter mange av oppgavene til det vi tidligere har skrevet om kompetansenivåer i første del av kapitlet. Antallet oppgaver vil variere fra en til tre på hvert klassetrinn innenfor hvert område. Feilmarginene på alle disse oppgavene ligger på omtrent 5 prosentpoeng.

Oppgave 1 (8. klasse)

Figur 4.7 Oppgave i tall med resultater for 8. klasse

M022156

En kopp rommer $\frac{1}{5}$ kg mel. Hvor mange kopper trengs for å fylle en sekk med 6 kg mel?

Svar: _______________

Japan	62
Nederland	74
Norge	39
Slovenia	46
USA	52
Int. gj.snitt	38

Figur 4.7 viser at prosentandelen av de norske elevene som fikk det riktige svaret 30 kopper, var 39. Oppgaven er i TIMSS brukt som et eksempel på en oppgave som krever kompetanse på høyt nivå (nivå 3). I den internasjonale rapporten er oppgaven beskrevet som et ett-trinnsproblem hvor man skal dividere et helt tall med en brøk. Norske elever skårer lavere enn alle referanselandene. Sett på bakgrunn av våre generelt svake prestasjoner når det gjelder tall, er det likevel positivt at vi ligger på nivå med det internasjonale gjennomsnittet på en oppgave som er klassifisert som relativt vanskelig. Å utføre formelle beregninger som det å dele et helt tall med en brøk i et oppstilt stykke, er ikke den typen matematikk som norske elever tidligere har vist seg å være gode i (Brekke mfl. 1998).

Men ser vi litt nærmere på oppgaven, er den ikke nødvendigvis et ett-trinnsproblem som må løses ved bruk av en formell algoritme for divisjon av et helt tall med brøk. Har man forståelse for begrepet brøk, her 1/5, kan man ganske enkelt konkludere med at man får 5 kopper mel av ett kilogram. Og da er det videre enkelt å beregne at man får 30 kopper på 6 kilogram. Oppgaven er da omformet fra å være et ett-trinnsproblem som krever formell divisjon av et helt tall med en brøk, til et to-trinnsproblem som enkelt kan beregnes i hodet. Det er mulig at norske elever har løst oppgaven slik, uten at de formelt har dividert et helt tall med en brøk. En av konklusjonene fra analysene av elevenes svar på oppgaver i brøk i TIMSS 1995 var at *"norske elever gjør det forholdsvis bedre på oppgaver som dreier seg om brøkbegrepet, her representert ved en brøk, direkte oppfattet som en tallstørrelse, enn på oppstilte regnestykker der brøker inngår"* (Brekke mfl. 1998, s. 33). At forståelse av brøkbegrepet er viktigere enn algoritmiske ferdigheter, er også i samsvar med det som står om brøk i L97. Det er derfor rimelig å anta at det er den siden av arbeid med brøk som også vektlegges i undervisningen.

Oppgave 2 (8. klasse)

Figur 4.8 Oppgave i tall med resultater for 8. klasse

M022010

Alice løp en strekning på 49,86 sekunder. Beate løp den samme strekningen på 52,30 sekunder. Hvor mye lengre tid enn Alice brukte Beate?

Ⓐ 2,44 sekunder

Ⓑ 2,54 sekunder

Ⓒ 3,56 sekunder

Ⓓ 3,76 sekunder

Japan	78
Nederland	81
Norge	46
Slovenia	73
USA	74
Int. gj.snitt	61

Figur 4.8 viser at prosentandelen av norske elever som valgte det riktige alternativet A, lå langt under andelen i referanselandene og også under det internasjonale gjennomsnittet. TIMSS klassifiserte oppgaven som et eksempel på hva

en elev med middels kompetanse (nivå 2) i 8. klasse kan forventes å klare. Oppgaven er beskrevet som en tekstoppgave hvor man skal subtrahere to desimaltall, begge med to desimaler. For å løse oppgaven må elevene både velge riktig regneoperasjon og beherske algoritmen for å subtrahere desimaltall. Valg av riktig operasjon er alltid en utfordring for elever, men vi vet at uttrykk som ”hvor mye lenger”, slik som i denne oppgaven, fra tidlig alder gir elevene assosiasjoner til subtraksjon. Oppgaven synes derfor ikke spesielt utfordrende og er det heller ikke internasjonalt med en gjennomsnittlig løsningsfrekvens på 61 prosent. Utfordringen ligger videre i å utføre subtraksjonen korrekt, hvor man må ”låne” for hvert tall man subtraherer. Siden begge tallene har det samme antall desimaler, synes det å spille liten rolle hvor god forståelse man har av selve begrepet desimaltall. Problemet er at norske elever skårer veldig svakt på denne oppgaven, langt dårligere enn alle de valgte referanselandene og klart under det internasjonale gjennomsnittet. Det er bare elever fra noen typiske utviklingsland som skårer dårligere enn norske elever. Fagstoffet i oppgaven synes dekket i L97 fra 4. klasse og burde derfor ligge rimelig godt til rette for norske elever.

Man fant ingen tendens i TIMSS 1995 til at norske elever hadde spesielle problemer med å anvende vanlige algoritmer for de fire regningsartene når de ble anvendt på hele tall eller tall hvor antallet desimaler ikke utgjorde en utfordring. Tvert imot var tendensen at norske elevers prestasjoner var lik det internasjonale gjennomsnittet på oppgaver av denne typen (Brekke mfl. 1998). At elevene nå skårer langt under internasjonalt gjennomsnitt, gir grunn til bekymring. I TIMSS 1995 konkluderte man med at norske elever synes å ha basiskunnskaper i de fire regningsartene og å beherske sentrale algoritmiske ferdigheter. Det var ingen grunn til å være redd for at økende bruk av for eksempel lommeregner hadde hatt særlig innvirkning på algoritmekompetansen.

Oppgave 3 (8. klasse)

Figur 4.9 Oppgave i tall med resultater for 8. klasse

M032670

Hvilket av disse tallene er nærmest 10?

Ⓐ 0,10

Ⓑ 9,99

Ⓒ 10,10

Ⓓ 10,90

Japan	92
Nederland	97
Norge	91
Slovenia	87
USA	87
Int. gj.snitt	77

Figur 4.9 viser at på denne oppgaven er prosentandelen av norske elever som velger det riktige alternativet B, høyere enn det internasjonale gjennomsnittet og helt på høyde med referanselandene. Dette er en oppgave hvor elevene skal bedømme hvilket tall med to desimaler som er nærmest et gitt helt tall i stør-

relse. Oppgaven er brukt som et eksempel på hva elever som når lavt nivå (nivå 1), forventes å ha kompetanse på. Norske elever gjør det bedre enn elevene i to av referanselandene, USA og Slovenia. Oppgaven krever ikke bruk av noen algoritme, men tester elevenes forståelse av begreper som heltall og desimaltall.

Oppgave 4 (4. klasse)

Figur 4.10 Oppgave i tall med resultater for 4. klasse

M011020

Hvilket av disse tallene er det samme som $\frac{7}{10}$?

Ⓐ 70
Ⓑ 7
Ⓒ 0,7
Ⓓ 0,07

Japan	60
Nederland	29
Norge	17
Slovenia	8
USA	62
Int. gj.snitt	43

Oppgaven på figur 4.10 krever at elevene forstår at den oppgitte brøken med nevner 10 står for det samme som desimaltallet i alternativ C. TIMSS bruker denne oppgaven som et eksempel på hva elever på avansert nivå (nivå 4) kan forventes å ha kompetanse på i 4. klasse. Selv om L97 nevner at elevene skal få noe erfaring med enkle brøker i praktiske sammenhenger fra 3. klasse, er det først i 8. klasse at læreplanen framhever arbeid med å se sammenhengen mellom brøk og desimaltall. Denne oppgaven er derfor litt på siden i forhold til norsk læreplan på det aktuelle trinnet. Norske elever presterer ganske dårlig på oppgaven. De presterer likevel bedre enn ett av våre referanseland, Slovenia, som på denne oppgaven skårer lavere enn alle andre deltakende land.

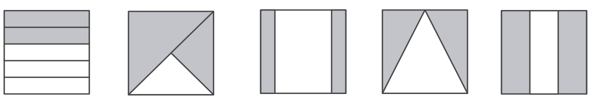
Oppgave 5 (4. klasse)

Figur 4.11 Oppgave i tall med resultater for 4. klasse

M012044

På hvilken figur er $\frac{2}{3}$ av kvadratet skyggelagt?

Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ Ⓔ



Japan	76
Nederland	73
Norge	29
Slovenia	34
USA	82
Int. gj.snitt	57

Også oppgaven på figur 4.11 krever at elevene forstår at en brøk kan representeres på ulike måter, her ved at figuren i alternativ E representerer det samme som den oppgitte brøken. Oppgaven er lettere enn den forrige og eksemplifiserer hva elever på middels nivå (nivå 2) forventes å ha av kompetanse. I L97 introduseres enkle brøker brukt i praktiske sammenhenger i 3. klasse, i 4. klasse står det at eleven skal *"arbeide med enkle brøker og desimaltall i praktiske sammenhenger"* (s. 161). Denne typen oppgave hvor elevene skal gjenkjenne hvilken delvis skyggelagt figur som representerer en brøk gitt som tallsymbol, er mer i samsvar med hvordan brøk introduseres på småskoletrinnet. Likevel ligger prestasjonene til norske elever svært lavt. Vi ligger langt under det internasjonale gjennomsnittet, og det er bare to land, Marokko og Tunisia, som skårer lavere. Slovenia skårer også lavt på denne oppgaven, omtrent på nivå med Norge.

I norske læreplaner framheves det altså at elevene skal arbeide med enkle brøker i praktiske sammenhenger. Denne oppgaven krever imidlertid også at elevene forstår de formelle matematiske symbolene for en brøk, og at samme matematiske innhold kan representeres på ulike måter. Å ha forståelse for at samme kvantitet kan vises ved ekvivalente representasjonsformer, er en fundamental kunnskap i matematikk. Det er vanskelig på bakgrunn av prestasjonene på denne oppgaven å si noe om det er forståelsen av begrepet 2/3 som de norske elevene har problemer med, eller om det er de formelle matematiske symbolene og det at samme størrelse kan uttrykkes ved ulike representasjonsformer.

Oppgave 6 (4. klasse)

Figur 4.12 Oppgave i tall med resultater for 4.klasse

M031305

$15 \cdot 9 =$

Svar: ______________

Japan	86
Nederland	86
Norge	30
Slovenia	67
USA	73
Int. gj.snitt	72

Å beregne svaret på oppgaven på figur 4.12 til 135 er i TIMSS klassifisert som noe en elev på lavt nivå (nivå 1) forventes å beherske. Oppgaven går ut på å multiplisere et tosifret tall med et ensifret tall. I L97 står det for 4. klasse at elevene skal

> *"arbeide mer med multiplikasjonstabellen, multiplisere og dividere tall med 10 direkte, og multiplisere og dividere tall i hodet eller på papiret når det også inngår tosifrede tall" (L97, s. 161)*

Oppgaven synes derfor å samsvare godt med det som læreplanen legger vekt på at elevene skal arbeide med. I 1995 presterte norske elever på høyde med det internasjonale gjennomsnittet på en liknende, men litt enklere oppgave. At norske elever i 4. klasse i 2003 presterer svakest av alle deltakende land, med 30 prosent riktig, mot et internasjonalt gjennomsnitt på 72 prosent, er mer enn bekymringsfullt. Selv om man skal være forsiktig med å trekke konklusjoner på bakgrunn av enkeltoppgaver, kan man ikke la være å undre seg over dette resultatet. Oppgaven ligger til rette for enten å bli løst i hodet eller ved hjelp av papir og blyant. Den kan eventuelt også løses ved gjentatt addisjon. Bare 30 prosent av elevene i Norge svarer riktig på oppgaven, mindre enn i alle de andre landene som deltok i denne populasjonen. En mulig forklaring på det svake resultatet kan være at norske elever i liten grad behersker multiplikasjonstabellen.

4.3.3 Prestasjoner på området Algebra/Mønstre

Vi har tidligere i dette kapitlet pekt på forbindelsen mellom tall og algebra og hvordan dette gjenspeiler seg både i emneområdene i TIMSS og i L97. På småskole- og mellomtrinn heter hovedemnet i L97 *Tall*, på ungdomstrinnet kalles det *Tall og algebra*, men her understrekes det at *"Elevene bør få oppleve sammenhengen mellom tallregning og algebra. Et utgangspunkt på småskole- og mellomtrinnet er arbeid med mønstre og regelmessigheter og med å beskrive dette på en kort og enkel måte"* (L97, s. 156). I TIMSS kalles området *Algebra* på 8. trinn, mens betegnelsen *Mønstre* brukes i 4. klasse, noe som samsvarer godt med L97.

Problemer elevene har i algebra, skyldes ofte problemer med tall og tallregning. Hvis man ikke behersker aritmetikk rimelig bra, er det ikke rart at man får problemer når man skal arbeide med algebra. Vi kan si at når *"elevene begynner å arbeide med algebra knyttet til symboler, er de kommet til en utvidelse av begrepene som de har dannet i aritmetikken. De skal utvide disse kunnskapene og ferdighetene, samtidig som de blir stilt overfor en økende grad av symbolisering"* (Brekke mfl. 2000, s. 12). I TIMSS 1995 var algebra det området hvor norske elever presterte svakest, og det var spesielt på oppgaver som krevde formelle kunnskaper i algebra, at elever i alle de nordiske landene presterte dårlig.

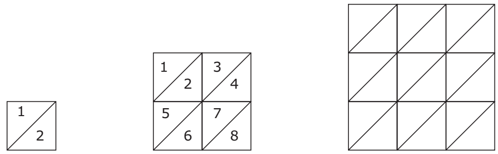
Oppgave 7 (8. klasse)

For oppgaven på figur 4.13 tar vi bare for oss resultatet på siste spørsmål i oppgaven her, del C. TIMSS beskriver dette som en oppgave om generalisering, hvor elevene skal forklare hvor mange trekanter som trengs for å lage figur 50 i rekken basert på det mønsteret man ser avtegner seg basert på de første figurene i rekken. Det blir forventet at man ser et mønster hvor nummer på figuren skal multipliseres med seg selv, for i neste omgang å multiplisere dette svaret med 2. En akseptabel forklaring i del C vil være at man skriver opp 50 multiplisert med 50, som så skal multipliseres med 2 og til slutt gi svaret 5000. TIMSS har brukt den som en eksempeloppgave på hva elever på avansert nivå (nivå 4) forventes å ha av kompetanse.

Figur 4.13 Oppgave i algebra med resultater for 8. klasse

M022261

De tre figurene nedenfor er delt inn i små, like trekanter.



Figur 1 Figur 2 Figur 3

A. Fullfør tabellen nedenfor. Fyll først ut hvor mange små trekanter det er i figur 3. Finn så hvor mange små trekanter det vil være i figur 4 hvis rekka fortsetter.

Figur	**Antall små trekanter**
1	2
2	8
3	
4	

B. Rekka fortsetter til figur 7. Hvor mange små trekanter vil det være i figur 7?

Svar: _______________

C. Rekka med figurer fortsetter til figur 50. Forklar uten å tegne og telle hvordan vi kan finne antallet trekanter i figur 50.

Del C.	
Japan	44
Nederland	36
Norge	9
Slovenia	13
USA	19
Int. gj.snitt	14

Norske elever skårer svært lavt på denne oppgaven, noe som ikke er overraskende på bakgrunn av at vi generelt presterer lavt i algebra, og at oppgaven også klassifiseres som vanskelig internasjonalt. På den andre siden ligger den nært opp til den typen algebraisk kunnskap som L97 legger vekt på. Det understrekes at elevene allerede fra småskole- og mellomtrinnet bør tilnærme seg algebra ved å arbeide med mønstre og regelmessigheter og kunne beskrive dette på en enkel måte. I 6. klasse står det at de skal *"undersøke tall og utforske tallmønstre"* (L97, s. 164). Oppgaven er utformet i samsvar med ferdigheter norske elever skal ha trening i ifølge læreplanen, den krever ikke at elevene behersker et formelt algebraisk språk. På den bakgrunn er det skuffende at norske elever skårer lavere enn elevene i alle referanselandene og også under det internasjonale gjennomsnittet.

Oppgave 8 (8. klasse)

Figur 4.14 Oppgave i algebra med resultater for 8. klasse

M012040

Hvis $\frac{12}{n} = \frac{36}{21}$, så er n lik

Ⓐ 3

Ⓑ 7

Ⓒ 36

Ⓓ 63

Japan	79
Nederland	85
Norge	59
Slovenia	72
USA	80
Int. gj.snitt	65

I oppgaven på figur 4.14 skal elevene komme fram til at n må stå for 7, og på den bakgrunn velge riktig alternativ B. Oppgaven er klassifisert som en oppgave som viser hva en elev som befinner seg på et middels nivå (nivå 2) kan forventes å ha av kompetanse. Elevene blir her spurt om hvilken verdi for n som tilfredsstiller likningen slik at tallverdien av uttrykkene på begge sider av likhetstegnet blir det samme. Oppgaven kan løses ved at man prøver seg fram for å se hva som passer som løsning. Også denne oppgaven faller inn under den typen algebra som læreplanen legger opp til at elevene skal arbeide med. I 8. klasse står det at elevene skal *"arbeide med å bygge opp forståelse for bruk av bokstaver"* (L97, s. 167). Allerede på langt lavere trinn er det vanlig at elevene skal kunne løse enkle likninger ved å prøve seg fram til hva som passer, da ofte ved at den ukjente størrelsen er angitt ved en boks. Man trenger ikke å løse likningen formelt, men man må ha en viss forståelse av hva en likning er, at bokstaven står for en ukjent størrelse, og at brøkstreken står for divisjon. Likningen er uttrykt som en proporsjonalitet, men krever ikke at elevene har noen dyp forståelse av begrepet proporsjonalitet. Prosentandelen av norske elever som svarer riktig, er igjen lavere enn i alle våre referanseland og er også under det internasjonale gjennomsnittet.

Oppgave 9 (4. klasse)

TIMSS bruker mønstre som betegnelse i 4. klasse på det området som er forløperen for algebra i 8. klasse. Som tidligere nevnt samsvarer det godt med beskrivelsene i L97. Oppgaven på figur 4.15 er en tekstoppgave hvor elevene må velge hvilken av de fire regningsartene de skal bruke for å løse oppgaven, samt forstå hvordan dette kan uttrykkes i matematisk språk med tall og symboler for de fire regningsartene. Oppgaven er i TIMSS klassifisert som et eksempel på hva elever som når et høyt nivå (nivå 3), kan forventes å ha av kompetanse. Også denne oppgaven er klart i samsvar med det som L97 legger opp til at elevene skal ha erfaring med. I planen for 4. klasse står det at elevene skal *"bruke tall og regning i praktiske situasjoner. Velge og begrunne valg av regneart, metode og redskap, og vurdere svar"* (L97, s. 161). Likevel er også dette en oppgave som de norske elevene skårer svært lavt på, langt under elever i alle våre referanseland og langt under det internasjonale gjennomsnittet. Av de 25 landene som deltok i populasjon 1, var det bare Iran, Monaco og Tunisia som presterte dårligere enn Norge på denne oppgaven.

Figur 4.15 Oppgave i algebra/mønstre med resultater for 4. klasse

M012048

$\square$ står for antall blader Fatimah leser hver uke. Hvilket av disse regnestykkene står for hvor mange blader Fatimah leser på 6 uker?

Ⓐ $6 + \square$

Ⓑ $6 \cdot \square$

Ⓒ $\square + 6$

Ⓓ $(\square + \square) \cdot 6$

Japan	67
Nederland	72
Norge	37
Slovenia	60
USA	72
Int. gj.snitt	58

4.3.4 Prestasjoner på området Målinger

Måling er knyttet til det å tilordne en numerisk verdi til et objekt. Ulike objekter har ulike kvantifiserbare aspekter. Linjesegmenter har for eksempel lengde, et avgrenset plan (planregion) har areal, og fysiske objekter har masse. Det å lære om målinger begynner med en erkjennelse av behovet for å sammenlikne, i tillegg til at man innser at ulike ting må måles med forskjellige enheter. Man vil forvente en viss progresjon i elevenes anvendelse av slike enheter etter hvert som de kommer til høyere klassetrinn. I TIMSS vil det for eksempel forventes at elevene i 4. klasse skal være i stand til å bruke tilnærminger og enkle formler, og at de skal kunne regne ut areal og omkrets av kvadrater og rektangler. I 8. klasse er emneområdet utvidet til å innbefatte måling av mer kompliserte størrelser som fart og tetthet. Elevene forventes da i tillegg å kunne anvende mer avanserte formler som gjør at de for eksempel kan beregne sammensatte arealer og overflater av legemer.

I TIMSS forsøker man å teste elevenes forståelse av de ulike måtene man kan måle objekter på og deres kjennskap til enhetene og prosessene som da benyttes. Emnet *Målinger* har i TIMSS to delområder:

- Lengder og måleenheter
- Måleredskap, teknikker og formler

Fagplanen for matematikk i L97 understreker, spesielt under målområdet ”Matematikk i dagliglivet”, at det er viktig for elevene å tilegne seg kunnskaper om målinger. Dette er særlig begrunnet i nytten av denne kunnskapen i dagliglivet og i forbindelse med forhold i hjem og samfunn. Emnet blir omtalt på alle trinn. Det heter blant annet:

> *I opplæringen skal elevene:*
> *- øve seg i å velge passende måleredskaper og få erfaringer med å bruke dem, vurdere og sammenlikne størrelser* (L97, s. 159, 3. klasse)

- *arbeide videre med mål, med å velge hensiktsmessige måleredskaper og enheter for lengde, med å finne ut og beregne areal og volum av enkle og sammensatte figurer og med å gjøre anslag og vurderinger* (L97, s. 166, 8. klasse)

Oppgave 10 (8. klasse)

Figur 4.16 Oppgave i målinger med resultater for 8. klasse

M022148

Kadra begynner med leksene sine kl. 18.40. Når vil hun være ferdig hvis hun bruker tre kvarter på dem?

Svar: _______________

Japan	63
Nederland	91
Norge	71
Slovenia	67
USA	55
Int. gj.snitt	46

For å komme fram til riktig svar (19.25) på oppgaven på figur 4.16, må man vite at tre kvarter utgjør 45 minutter. I tillegg må man i utregningen ta hensyn til at det er 60 minutter i en time. Som det framgår av p-verdiene, er dette et eksempel på en oppgave hvor norske elever gjør det bra. De skårer markert høyere enn i tre av våre referanseland og langt over det internasjonale gjennomsnittet. Selv om elevene trolig har hentet de kunnskapene som skal til for å løse en slik oppgave, like mye fra dagliglivet som fra matematikkundervisningen, er det likevel på det rene at L97 legger stor vekt på at elevene får trening i å arbeide med oppgaver relatert til tid. Dette blir eksplisitt uttalt på alle trinn, for eksempel formuleres det slik på 7. trinn:

> *I opplæringen skal elevene søke informasjon om sekstitallssystemet i historisk perspektiv og se sammenhengen med tid – døgn, timer, minutter og sekunder…* (L97, s.165)

I TIMSS 1995 ble det gitt en tilsvarende oppgave, og norske elever skåret da noe høyere enn i 2003. Dette kan skyldes at de to oppgavene ikke er helt identiske. Langt mer oppsiktsvekkende er det imidlertid at mens det internasjonale gjennomsnittet for 8. klasse i 1995 var 71 prosent, har det i 2003 sunket til 46 prosent. I kommentarene til oppgaven og resultatene i 1995 ble det poengtert at forskjellene i p-verdier mellom deltakerlandene var liten (Brekke mfl. 1998). Dette er ikke tilfellet i 2003, hvor det for den nesten likelydende oppgaven tvert imot er påfallende store variasjoner i disse verdiene, fra 4 prosent for Ghana til 91 prosent for Nederland. Mange av de nye landene som har kommet med i TIMSS, særlig en del arabiske og afrikanske land, har svært lav p-verdi på denne oppgaven, og det er først og fremst dette som gjør at det internasjonale gjennomsnittet har falt så dramatisk. Dette understreker det vi tidligere har poengtert: De nye landene som har kommet med i TIMSS i 2003, gjør sitt til at deltakerlandene nå utgjør en langt mer heterogen gruppe enn i 1995.

Oppgave 11 (8. klasse)

Figur 4.17 Oppgave i målinger med resultater for 8. klasse

M022005

Hvor mange flasker på 250 ml vil 400 l vann fylle?

Ⓐ 16

Ⓑ 160

Ⓒ 1600

Ⓓ 16 000

Japan	44
Nederland	59
Norge	42
Slovenia	41
USA	33
Int. gj.snitt	39

For å komme fram til riktig svar på oppgaven på figur 4.17, alternativ C, må elevene vite hvor mange milliliter det er i 1 liter, og de kan benytte den riktige regningsarten, divisjon. Alternativt kan de resonnere som diskutert i oppgave 1 og gjøre den om til et enklere problem med to trinn. Flere undersøkelser, blant dem KIM-prosjektet, har dokumentert at målingsdivisjon faller vesentlig vanskeligere ut for elevene enn delingsdivisjon, og at en vanlig misoppfatning er at divisjon alltid gjør svaret mindre. Det sistnevnte kan være grunnen til at mange norske elever (29 prosent) i denne oppgaven velger svaralternativ B. Også i majoriteten av de øvrige TIMSS-landene er dette den distraktoren som tiltrekker seg flest elever.

Av tabellen framgår det for øvrig at p-verdien for Norge er noe høyere enn det internasjonale gjennomsnittet og relativt nær p-verdien for de fleste av våre referanseland. Nederland er det eneste landet som ligger vesentlig høyere.

Oppgave 12 (8. klasse)

Oppgaven på figur 4.18 er en sammensatt oppgave hvor elevene ut fra en oppgitt figur, satt sammen av fem identiske kvadrater, skal beregne figurens totale areal og siden i ett kvadrat. Av tabellene ser vi at norske elever presterer svært svakt på disse to deloppgavene. Dette gjelder så vel absolutt som relativt i forhold til våre referanseland.

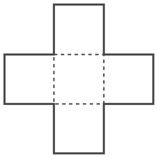
Del A av oppgaven krever at elevene kan utføre en forholdsvis enkel divisjon, 245 cm^2 : 5 = 49 cm^2. Kun 32 prosent av norske åttendeklassinger kommer fram til det riktige svaret på denne oppgaven, og dette er desidert lavest i vårt utvalg av land. Ser vi bort fra de afrikanske landene, er det kun tre av deltakerlandene i TIMSS som her skårer lavere enn Norge. Vårt land ligger dessuten over 20 prosentpoeng lavere enn det internasjonale gjennomsnittet, noe som må anses som relativt dramatisk på en så vidt enkel oppgave.

I deloppgave B blir elevene bedt om å beregne siden i ett kvadrat. Oppgaven fordrer at elevene kjenner til sammenhengen mellom arealet og siden i et kvadrat, og at de kan utføre den nødvendige utregningen. Har man fått 49 cm^2 som svar på deloppgave A, vil man på ulike måter kunne komme fram til at 7 er riktig svar på spørsmål B, for eksempel ved prøving og feiling.

Figur 4.18 Oppgave i målinger med resultater for 8. klasse

M022227

Figuren består av 5 kvadrater med samme areal. Arealet av hele figuren er 245 cm^2.



A. Finn arealet av ett kvadrat.

Svar: _______________ cm^2

B. Finn siden i ett kvadrat.

Svar: _______________ cm

Del A	
Japan	86
Nederland	69
Norge	32
Slovenia	66
USA	61
Int. gj.snitt	52
Del B	
Japan	42
Nederland	38
Norge	11
Slovenia	29
USA	29
Int. gj.snitt	28

Av p-verdiene går det fram at dette er en mye vanskeligere oppgave enn den foregående. Kun 11 prosent av de norske elevene svarer riktig på dette spørsmålet, og også her skiller vi oss negativt ut både i forhold til våre referanseland og i forhold til det internasjonale gjennomsnittet.

Allerede fra 1. klasse skal elevene ifølge L97 få gjøre erfaringer med å måle og vurdere størrelser. Senere skal dette videreutvikles, og begreper som areal og volum innføres med riktige benevnelser fra 4. klassetrinn. I 7. klasse skal så elevene *"undersøke og beregne areal av sammensatte figurer" (L97, s. 165).* Norske elever burde derfor opp gjennom grunnskolen ha fått god trening i å arbeide med arealberegninger.

Oppgave 13 (4. klasse)

På oppgaven på figur 4.19 skårer norske elever høyt, noe lavere enn i Nederland og Japan, men klart over det internasjonale gjennomsnittet og de to andre referanselandene Slovenia og USA. Det skal i denne oppgaven ikke foretas noen matematiske utregninger, derimot må man kjenne til måleenheten "kg" og ha en viss formening om at et voksent menneske veier ca. 60 kg. Dersom man er usikker på det sistnevnte, har man ut fra de distraktorene som er gitt, også en mulighet til å komme fram til svaret ved å eliminere åpenbart gale alternativer.

Figur 4.19 Oppgave i målinger med resultater for 4. klasse

M011023

Hva av dette kan være vekten til en voksen person?

Ⓐ 1 kg

Ⓑ 6 kg

Ⓒ 60 kg

Ⓓ 600 kg

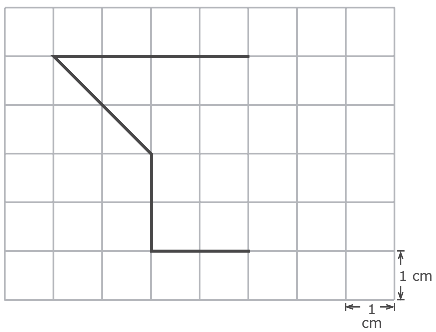
Japan	89
Nederland	87
Norge	78
Slovenia	61
USA	54
Int. gj.snitt	72

Dette er også en type oppgave som kan løses ved hjelp av erfaringer og kunnskaper man erverver i dagliglivet utenfor skolens regi. Likevel er det klart at det i L97 legges stor vekt på at ”*elevene skal bli kjent med grunnleggende matematiske begreper som har direkte sammenheng med erfaringer i deres hverdag”* (L97, s.158.) Som det framgår av sitatene fra L97 i innledningen av kapittel 4.3.4, er det å trene på vurdering av størrelser og å få erfaring med ulike måleredskaper eksplisitt uttalte mål for matematikkundervisningen i grunnskolen. Av resultatene fra denne oppgaven kan det synes som om dette er et emneområde hvor norsk skole lykkes relativt godt.

Oppgave 14 (4. klasse)

Figur 4.20 Oppgave i målinger med resultater for 4. klasse

M031298



Arealet av hver rute i rutenettet er 1 kvadratcentimeter. Trekk linjer for å gjøre ferdig figuren slik at den har et areal på 13 kvadratcentimeter.

Japan	68
Nederland	37
Norge	10
Slovenia	11
USA	24
Int. gj.snitt	29

Oppgaven på figur 4.20 er en forholdsvis vanskelig oppgave for fjerdeklassinger. Differansen i p-verdi mellom japanske og norske elever kan likevel synes voldsom. Mens nesten sju av ti japanske elever mestrer denne oppgaven, er det altså kun én av ti som svarer riktig her i Norge. Norske elever ligger også langt under det internasjonale gjennomsnittet, selv om også dette er relativt lavt. Man må ikke foreta noen spesielle utregninger for å løse oppgaven utover å kunne telle til tretten og dessuten forstå at to halve ruter blir en hel. Problemet for de norske elevene kan muligens henge sammen med at selve teksten i oppgaven oppfattes som vanskelig, med ord som "rutenett", "kvadratcentimeter" og "areal". I tillegg til vanskelige språklige uttrykk er det mulig at denne oppgaven er av en type som elevene er lite fortrolig med, og at deres ferdigheter og kunnskaper er betinget av at de får de matematiske problemene presentert i en kjent kontekstuell sammenheng.

4.3.5 Prestasjoner på området Datarepresentasjon

Dette emneområdet omhandler det å forstå hvordan man innhenter og organiserer data. Det dreier seg også om det å ha kunnskap om hvordan man kan framstille disse dataene i tabeller og grafer slik at man kan svare på de spørsmålene som initierte datainnsamlingen. I tillegg innbefatter det kjennskap til hvordan data kan misbrukes til å gi en skjev framstilling av et tema. Emneområdet består av fire delområder:

- Innsamling og organisering av data
- Representasjon av data
- Interpretasjon av data
- Usikkerhet og sannsynlighet

Ved utarbeidelse av oppgavene i TIMSS er det forutsatt at elever både i 4. klasse og i 8. klasse har tilegnet seg en del kunnskaper innenfor dette feltet. Allerede på det første av disse klassetrinnene bør eleven enten ha deltatt i prosjekter som inkluderer innsamling av data, eller ha arbeidet med allerede foreliggende data. De forventes derfor å forstå hva ulike tall, symboler og poeng står for i framstillinger av data. For eksempel bør de kunne skille mellom tall som representerer dataverdier, og tall som angir frekvensen av de aktuelle verdiene. Oppgaver som tester slike kunnskaper og ferdigheter, finnes i TIMSS både for populasjon 1 og populasjon 2. Elevene i begge populasjonene gis oppgaver hvor de skal vise at de kan vurdere visse karakteristikker for et sett av data, for eksempel form, spredning og sentraltendens. Elevene får også oppgaver hvor de skal bruke sin egen vurdering til å trekke ulike typer konklusjoner basert på gitte data. Elevene i populasjon 2 gis i tillegg oppgaver hvor de skal vise at de er i stand til å identifisere trender, gjøre prediksjoner og evaluere andres dataframstillinger.

Det gis ikke oppgaver knyttet til sannsynlighet i populasjon 1, mens det som blir testet i populasjon 2 på dette delområdet, i første rekke er elevenes begrepsforståelse. Dette gjøres blant annet ved at elevene blir bedt om å beregne sannsynlighet ut fra gitte, eksperimentelle data.

Av formuleringer i L97 går det fram at de vurderingene som gjøres av dette emneområdet i TIMSS, ligger tett opp til dem vi finner i den norske læreplanen:

I opplæringen skal elevene

- *samle, notere, og illustrere data, for eksempel med tellestreker, tabeller og søylediagrammer* (L97, s. 159, 4. klasse)
- *planlegge og lage skjemaer for datainnsamling, ordne dataene og klassedele materialet* (L97, s. 167, 8. klasse)

Oppgave 15 (8. klasse)

Figur 4.21 Oppgave i datarepresentasjon med resultater for 8. klasse

M012037

Tabellen viser poengene som elevene i klassen fikk på et spill.

Poeng	Opptelling	Frekvens
4	/	1
5	///	3
6	///// /	6
7	//	2
8	////	4
9	///	3
10	/	1

Hvor mange elever i klassen fikk mer enn 7 poeng på spillet?

Ⓐ 2
Ⓑ 8
Ⓒ 10
Ⓓ 12
Ⓔ 20

Japan	44
Nederland	77
Norge	56
Slovenia	68
USA	65
Int. gj.snitt	49

Oppgaven på figur 4.21 er en såkalt trendoppgave, som første gang ble gitt i TIMSS 1995. Oppgaven kan fortone seg relativ enkel i og med at elevene kun behøver å lese av verdiene i frekvenstabellen, utføre en enkel addisjon og deretter vurdere summen de får, opp mot svaralternativene for å finne riktig svar, alternativ B. Det viser seg likevel at mange elever velger distraktorene A og C. Alternativ A får trolig tilslutning fordi det er to elever i klassen som får 7 poeng. Disse elevene avslører at de ikke kan lese av en frekvenstabell. De som krysser av for alternativ C, begår den feilen at de inkluderer de to elevene med 7 poeng i sin addisjon, slik at de i sitt svar kommer fram til 10 i stedet for 8 elever. Dette kan tyde på at de misforstår oppgaven dit hen at man spør om hvor mange elever som fikk 7 poeng eller mer på spillet.

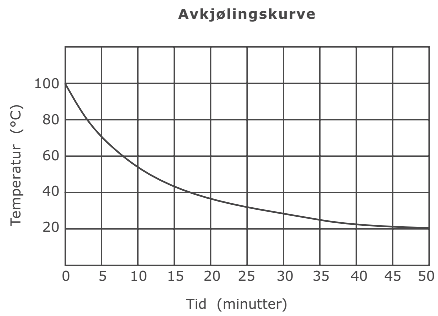
Norske elever skårer noe over internasjonalt gjennomsnitt, men lavere enn tre av referanselandene.

Oppgave 16 (8. klasse)

Figur 4.22 Oppgave i datarepresentasjon med resultater for 8. klasse

M022135

Et beger med vann som har kokt opp, settes til avkjøling. Temperaturen på vannet blir notert hvert femte minutt. Resultatet er vist på temperatur/tid-grafen nedenfor.



Omtrent hvor mange minutter tok det for temperaturen å falle de første 20 gradene?

Ⓐ 3
Ⓑ 8
Ⓒ 37
Ⓓ 50

Japan	39
Nederland	53
Norge	54
Slovenia	39
USA	53
Int. gj.snitt	34

Riktig svar på oppgaven på figur 4.22 er alternativ A, og dette er en oppgave hvor de norske elevene gjør det svært bra. Særlig norske gutter skårer høyt, 59 prosent av dem svarer riktig mot 49 prosent av jentene. Kun et fåtall land har høyere p-verdi enn Norge. Det er grunn til å tro at den fremste årsaken til at våre elever lykkes godt med denne typen oppgaver, er den klare prioriteringen av emneområdet datarepresentasjon i L97. Norske elever får trolig mye trening i å framstille data grafisk, for eksempel gjennom ulike typer prosjektarbeid. Resultatet er blitt at de på noen oppgaver innenfor dette feltet presterer langt over det internasjonale gjennomsnittet.

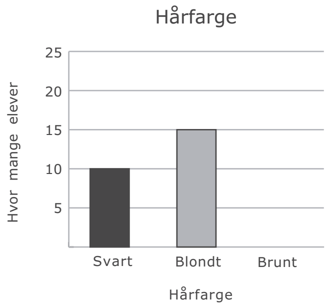
Oppgave 17 (4. klasse)

I oppgaven på figur 4.23 blir elevene i tekst presentert for en del statistisk informasjon. Like under teksten er den samme informasjonen gitt gjennom en grafisk framstilling. Elevenes oppgave er å vise at de kan knytte disse to representasjonsmåtene sammen. Dette skal de gjøre ved å fullføre diagrammet ut fra opplysningene gitt i teksten og altså tegne en søyle for fem elever med brunt hår. Norge skårer, i likhet med våre referanseland, noe over det internasjonale gjennomsnittet. Som vi påpekte ovenfor, er det trolig at denne typen datarepresentasjon brukes mye i ulike typer prosjekter i skolen, både i de rent matematiske og i de tverrfaglige. Norske elever får derfor relativ god trening i å framstille data på denne måten. Dette later til å gi gode norske resultater for denne typen oppgaver i TIMSS, så vel i populasjon 1 som populasjon 2.

Figur 4.23 Oppgave i datarepresentasjon med resultater for 4. klasse

M031264

I en klasse på 30 elever har 10 svart hår, 15 har blondt hår, og resten har brunt hår. Gjør ferdig diagrammet nedenfor slik at det viser hvor mange elever som har brunt hår.



Japan	90
Nederland	93
Norge	75
Slovenia	79
USA	82
Int. gj.snitt	73

Oppgave 18 (4. klasse)

I oppgaven på figur 4.24 blir også elevene presentert for to representasjoner av et sett data, henholdsvis en frekvenstabell og et søylediagram. Elevene skal så finne ut hvilken av kategoriene i frekvenstabellen som matcher en bestemt søyle i diagrammet. Her er alternativ C riktig svar. For japanske elever er denne oppgaven åpenbart av samme vanskelighetsgrad som den foregående, mens vi ser at p-verdien for Slovenia og Norge her er vesentlig lavere. Norske elever opplever altså denne oppgaven som relativt vanskelig. Resultatet tyder på at mange norske elever på dette trinnet har problemer med å tolke den informasjonen en frekvenstabell gir. En forklaring kan også være at elevene har problemer med å se at ulike representasjonsformer er ekvivalente. Målformuleringer i L97 kan tyde på at selv om elever i 4. klasse nok har blitt introdusert for frekvenstabeller, har de ikke arbeidet mye med det. Dette kan være noe av forklaringen på at denne oppgaven faller vesentlig vanskeligere ut enn den foregående.

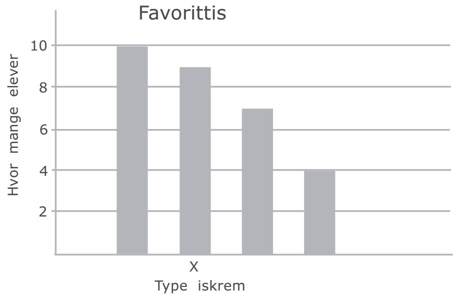
Figur 4.24 Oppgave i datarepresentasjon med resultater for 4. klasse

M031315

Favorittis	Hvor mange elever
Karamell	𝍷𝍷𝍷𝍷
Sjokolade	𝍸 𝍸
Jordbær	𝍸 𝍷𝍷𝍷𝍷
Vanilje	𝍸 𝍷𝍷

En lærer spurte 30 elever i klassen sin om deres favorittis. Tabellen ovenfor viser hvordan læreren skrev ned elevenes svar.

I diagrammet nedenfor er en stolpe merket med X. Hvilken type is står denne stolpen for?



Ⓐ Karamell
Ⓑ Sjokolade
Ⓒ Jordbær
Ⓓ Vanilje

Japan	90
Nederland	72
Norge	36
Slovenia	22
USA	69
Int. gj.snitt	47

4.3.6 Prestasjoner på området Geometri

Fokus for dette emneområdet i TIMSS er geometriske figurer, deres egenskaper og forholdet mellom dem. Oppgavene som blir gitt til både 4. og 8. klasse, krever at elevene kan analysere disse geometriske figurene og noen av deres egenskaper og karakteristikker. Emneområdet består av fem delområder:

- Linjer og vinkler
- To- og tredimensjonale figurer
- Kongruens og likhet
- Plassering i plan og romlige forhold
- Symmetri og transformasjoner

Både fjerde- og åttendeklassingene får oppgaver hvor de blir bedt om å beskrive, visualisere, tegne eller eventuelt konstruere en rekke forskjellige geometriske figurer. Videre forventes det at elever skal kunne løse problemer ut fra geometriske modeller og forklare relasjoner mellom geometriske begreper. De kognitive kompetansene som måles, strekker seg altså fra det å tegne og konstruere geometriske figurer til det å utføre matematiske resonnementer knyttet til kombinasjoner av former og transformasjoner.

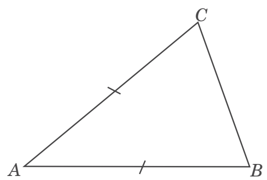
Geometri er et av hovedområdene for matematikk i L97 og blir derfor viet bred plass på alle nivåer i grunnskolen. Det heter blant annet:

I opplæringen skal elevene:
- planlegge og undersøke hvordan vi kan bruke enkle former til å lage sammensatte figurer, trene på å forskyve og speile for å lage mønstre (L97, s. 161, 4. klasse)
- arbeide med parallellitet og vinkelmål, tegne og konstruere vinkler, normaler og paralleller og bruke dette i aktuelle sammenhenger (L97, s. 165, 8. klasse)

Oppgave 19 (8. klasse)

Figur 4.25 Oppgave i geometri med resultater for 8. klasse

M032403



I trekanten ABC er $AB = AC$.

Trekk en linje som deler trekanten ABC i to trekanter som har samme form og størrelse.

Japan	86
Nederland	59
Norge	42
Slovenia	53
USA	54
Int. gj.snitt	52

For å kunne løse oppgaven på figur 4.25 må elevene ha kunnskaper om enkelte egenskaper ved likebeinte trekanter. Særlig er det her viktig å vite at fordi to sider er like lange, vil den nedfelte høyden fra toppunktet A til motstående side dele trekanten i to kongruente trekanter. Det er altså kunnskaper i klassisk geometri som her kreves. Vi ser av p-verdiene at norske elever skårer relativt svakt på denne oppgaven, mens det åpenbart er en svært lett oppgave for japanske elever.

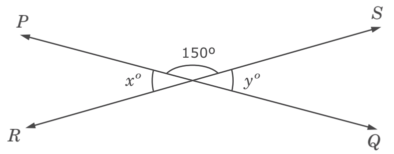
Gjennom de diagnostiske oppgavene som ble benyttet i KIM-prosjektet, kom det for dagen at mange norske elever hadde den misoppfatningen at høyden i en trekant må stå normalt på en "horisontal" linje, det vil si at høyden oppfattes som en "vertikal" linje (Gjone & Nortvedt 2001). Det ble hevdet at denne misoppfatningen kunne skyldes ensidige illustrasjoner av trekanter i lærebøker. Disse er svært ofte tegnet slik at en linje i trekanten er "horisontal" og får betegnelsen "grunnlinjen". Når begrepet høyde innføres, gjøres dette ved at man tegner en linje som er normal på den "horisontale" grunnlinjen. Dermed oppstår den forestilingen blant en del elever at det kun er "vertikale" linjer som kan være høyden i en trekant. Liten variasjon i eksempelbruk kan derfor være en av årsakene til at elever utvikler mangelfull begrepsforståelse. Muligens kan dette være en av grunnene til at så mange norske elever får problemer med å løse denne konkrete oppgaven. Dette er for øvrig en ”jenteoppgave” her i Norge: 48 prosent av jentene svarer riktig mot kun 36 prosent av guttene.

Oppgave 20 (8. klasse)

Figur 4.26 Oppgave i geometri med resultater for 8. klasse

M012039

De rette linjene PQ og RS skjærer hverandre som vist på figuren.



Hvilket tall er $x + y$?

Ⓐ 15
Ⓑ 30
Ⓒ 60
Ⓓ 180
Ⓔ 300

Japan	78
Nederland	57
Norge	34
Slovenia	58
USA	47
Int. gj.snitt	50

Oppgaven på figur 4.26 fordrer kunnskaper i klassisk geometri. Riktig svar er her alternativ C. For å lykkes med å besvare oppgaven må elevene kjenne til hvordan en 180 graders vinkel ser ut, og i tillegg utføre en relativ enkel subtraksjon og en addisjon med vinkelverdier. Norske elever presterer her langt under det internasjonale gjennomsnittet og også svakere enn elevene i alle våre referanseland.

Oppgave 21 (4. klasse)

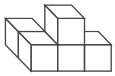
På figur 4.27 har vi valgt å presentere en oppgave hvor norske elever presterer svært bra, faktisk er det slik at ingen andre land som deltar i TIMSS, har høyere p-verdi enn Norge.

Riktig svar er her alternativ A. Noe av det karakteristiske ved denne oppgaven er at man ikke blir bedt om å foreta matematiske utregninger eller beregninger. Det er heller ikke nødvendig å ha kunnskap om spesielle matematiske begreper eller formler for å kunne besvare oppgaven korrekt. Derimot kreves det romforståelse og fantasi. L97 understreker at elevene på småskoletrinnet *”gjennom lek og aktiviteter skal eksperimentere med og lage forskjellige former, figurer og mønstre”*(L97, s. 159). I ett av fellesmålene for dette trinnet heter det videre at *”elevene skal utvikle sine kunnskaper om rom og form og på den måten stimulere sin kreativitet og fantasi.”*(L97, s. 158).

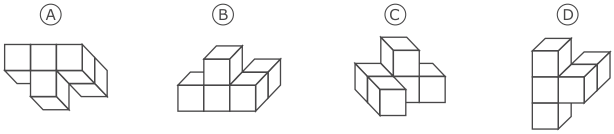
Figur 4.27 Oppgave i geometri med resultater for 4. klasse

M012069

Vi skal snu på denne tingen.



Etter at vi har snudd på den, hvilken av disse kan vi få da?



Japan	50
Nederland	40
Norge	60
Slovenia	51
USA	39
Int. gj.snitt	43

Evalueringsrapportene av L97 har dokumentert at det legges stor vekt på disse momentene i norske klasserom, og at det foregår mye pedagogisk bruk av lek, leker og aktiviteter (Klette 2003). Dette kan være noe av årsaken til at norske elever skårer så høyt på denne spesielle oppgaven.