Oppgaver i matematikk 19-åringer, spesialistene

I TIMSS 95 var elever i siste klasse på videregående skole den eldste populasjonen som ble testet. I matematikk ble det laget to oppgavetyper: en for elever i siste klasse uavhengig av linjevalg, og en annen for elever med fordyping i matematikk. Det er den siste oppgavetypen som er gjengitt under.

Norge deltok ikke i testingen av matematikkspesialister under hovedundersøkelsen i 1995, men etter anmodning fra Kirke- og undervisningsdepartementet ble denne testen gjennomført i 1998.

Oppgavene finnes også i boka ”Hva i all verden skjer i realfagene i videregående skole?”. (Angell m.fl. 1999). Der vil du i tillegg finne kommentarer og opplysninger om svarfordeling (se under publikasjoner).

Etter Reform 94 ble det innført to helt parallelle løp i matematikk i 2. og 3. klasse i videregående skole. Kursene hadde hver sin profil, slik at 2MX og 3MX er rettet mot de tradisjonelt matematikktunge realfagene, mens 2MY og 3MY er rettet mer mot økonomi og samfunnsrelaterte studier. På hvert klassetrinn har begge kursene fem undervisningstimer per uke, så formelt sett har elever som tar 3MX og 3MY en likeverdig kompetanse. Ut fra den internasjonale definisjonen av en ”matematikkspesialist” var det derfor naturlig å inkludere elever fra begge disse kursene i undersøkelsen. MX-kursene er en naturlig videreføring av MN-kursene før Reform 94, mens MY minner mest om de tidligere MS-kursene; men med en utvidelse fra 3 undervisningstimer til 5 per uke siste skoleåret.

Elever i videregående skole ble ikke testet i TIMSS 2003.

Oppgave K01

K01

Hvis $xy = 1$ og x er større enn 0, hvilket av følgende utsagn er da sant?

A. Når x er større enn 1, så er y negativ.
B. Når x er større enn 1, så er y større enn 1.
C. Når x er mindre enn 1, så er y mindre enn 1.
D. Når x øker, så øker y.
E. Når x øker, så avtar y.

Oppgave K02

K02

På hvor mange måter kan 5 store bøker, 4 middels bøker og 3 små bøker ordnes i en bokhylle hvis bøker av samme størrelse skal stå ved siden av hverandre?

A. $5! \cdot 4! \cdot 3! \cdot 3! = 103\,680$
B. $5! \cdot 4! \cdot 3! = 17\,280$
C. $(5! \cdot 4! \cdot 3!) \cdot 3 = 51\,840$
D. $5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 3 = 180$
E. $2 \cdot 3 = 12\,288$

Oppgave K13

Antall bakterier i en bakteriekoloni vokste eksponentielt. Klokka 13 i går var antall bakterier 1000 og klokka 15 i går var det 4000.
Hvor mange bakterier var det i kolonien klokka 18 i går?

Oppgave K15

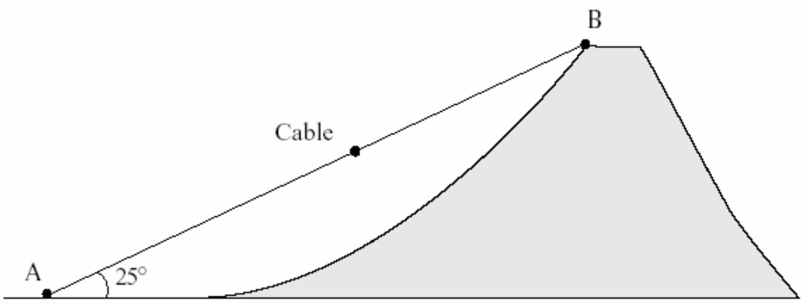
Bestem alle komplekse tall z som tilfredsstiller likningen

$$z + 2\bar{z} = 3 + i$$

hvor $\bar{z}$ betegner den konjugerte til z.

Oppgave K16

Turen med taubanen fra stasjon A til stasjon B på toppen av Vulkanfjellet tar 16 minutter. Gjennomsnittsfarten til taubanen er 2 meter per sekund og den beveger seg langs en rett linje som danner 25° med horisontalen.



Finn høyden på Vulkanfjellet (målt fra nivået til stasjon A) på nærmeste meter. Vis hvordan du kom fram til svaret.

Oppgave L01

L01

For hvilke verdier av x er ulikheten $5x + \frac{5}{3} \leq -2x - \frac{2}{3}$ oppfylt?

A. $x \leq -\frac{7}{9}$

B. $x \leq -\frac{1}{3}$

C. $x \geq 0$

D. $x \geq \frac{7}{3}$

E. $x \geq \frac{9}{3}$

Oppgave L02

L02

Vi har gitt at $\log_b 2 = \frac{1}{3}$, $\log_b 32$ er da lik

A. 2

B. 5

C. $-\frac{3}{5}$

D. $\frac{5}{3}$

E. $\frac{3}{\log_2 32}$

Oppgave L03

L03

Nedbrytningen av et radioaktivt stoff kan beskrives ved

$$y = y_o \cdot e^{-kt}$$

Hvor y er den gjenværende masse av stoffet etter t dager og y_o er verdien av y ved $t = 0$

Finn verdien av konstanten k for et stoff som har halveringstid (dvs tiden for å nedbryte halvparten av stoffet) lik 4 dager.

A. $\frac{1}{4}\ln 2$

B. $\ln\frac{1}{2}$

C. $\log_2 e$

D. $(\ln 2)^{1/4}$

E. $2e^{4}$

Oppgave L04

L04

En eksamen består av 13 spørsmål. Elevene skal bare svare på ett av de to første spørsmålene og bare på ni av de resterende. Hvor mange forskjellige utvalg er det mulig å gjøre?

A. $\binom{13}{10} = 286$

B. $\binom{11}{8} = 165$

C. $2 \cdot \binom{11}{9} = 110$

D. $2 \cdot 11 \cdot 10 = 220$

E. et annet antall

L16.

Finn alle reelle verdier av x som tilfredsstiller følgende likning:

$$\sqrt{x} - \frac{2}{\sqrt{x}} = 1$$

Vis hvordan du kom fram til svaret.

Oppgave K03

K03

Akselerasjonen til et legeme som beveger seg langs en rett linje, svarer til

A. stigningstallet til vei-tid grafen

B. arealet under vei-tid grafen

C. stigningstallet til fart-tid grafen

D. arealet under fart-tid grafen

Oppgave K04

K04

$$\lim_{h \to 0} \frac{\sqrt{2+h} - \sqrt{2}}{h} \text{ er lik}$$

A. 0

B. $\frac{1}{2\sqrt{2}}$

C. $\frac{1}{2}$

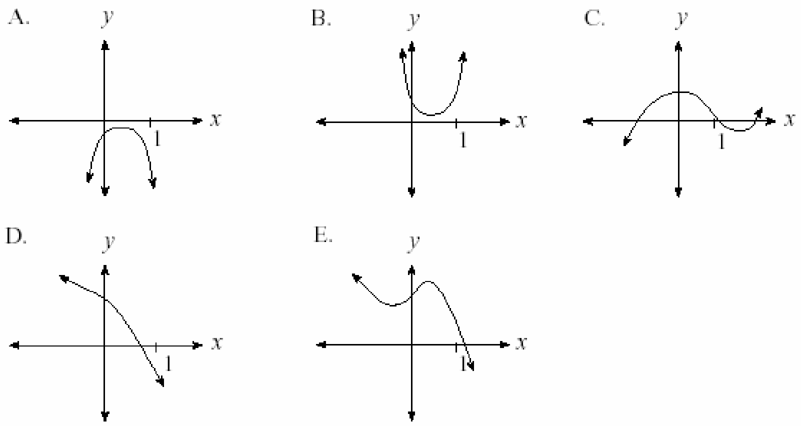
D. $\frac{1}{\sqrt{2}}$

E. ∞

Oppgave K05

K05

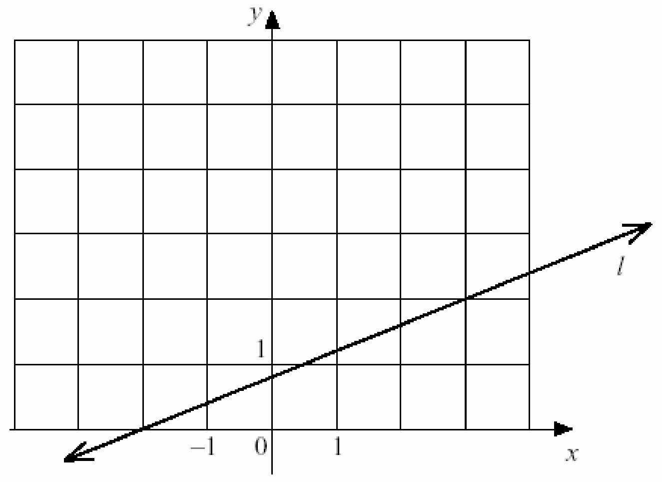
Hvilken av grafene nedenfor har følgende egenskaper:
$f'(0) > 0$, $f'(1) < 0$ og $f''(x)$ er negativ for alle x?



Oppgave K06

K06

Linja *l* i figuren er grafen til $y = f(x)$.



$\int_{-2}^{3} f(x)dx$ er lik

A. 3

B. 4

C. 4,5

D. 5

E. 5,5

Oppgave K17

Grafen til funksjonen *g* går gjennom punktet (1,2). Stigningen til grafens tangent i punktet (*x*, *y*) er gitt ved $g'(x) = 6x - 12$. Finn *g*(*x*). Vis hvordan du kom fram til svaret.

Oppgave L05

L05

Summen av den uendelige geometriske rekken

$$1-\frac{1}{2}+\frac{1}{4}-\frac{1}{8}+\cdots \quad \text{er}$$

A. $\frac{5}{8}$

B. $\frac{2}{3}$

C. $\frac{3}{5}$

D. $\frac{3}{2}$

E. ∞

Oppgave L06

L06

Et legeme som beveger seg langs en rett linje, har *t* sekunder etter at det startet fra ro, en fart *v* gitt ved

$v = 4t^3 - 12t^2$ meter per sekund.

Regnet fra startøyeblikket, hvor mange sekunder tar det før akselerasjonen er null?

A. 1

B. 2

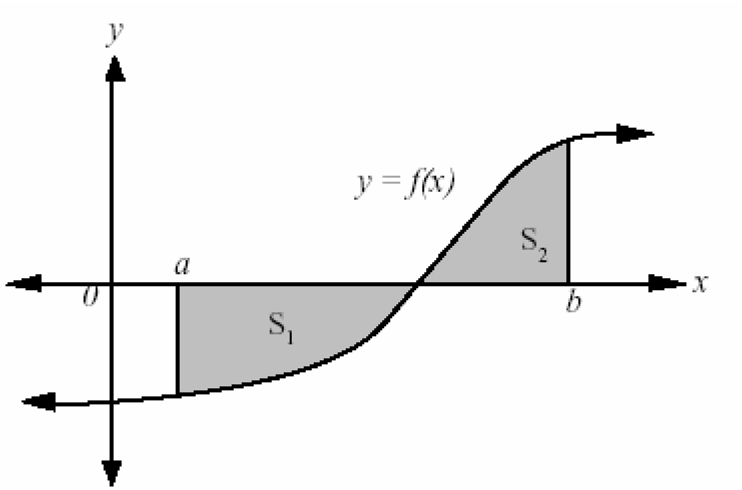
C. 3

D. 4

E. 6

Oppgave L07

L07



Figuren viser grafen til $y = f(x)$.
S_1 er arealet innesluttet av x-aksen, $x = a$ og $y = f(x)$;
S_2 er arealet innesluttet av x-aksen, $x = b$ og $y = f(x)$;
hvor $a < b$ og $0 < S_2 < S_1$

Verdien av $\int_a^b f(x)dx$ *er da*

A. $S_1 + S_2$

B. $S_1 - S_2$

C. $S_2 - S_1$

D. $|S_1 - S_2|$

E. $\frac{1}{2}(S_1 + S_2)$

Oppgave K07

K07

Hjørnene i trekanten PQR er punktene P(1, 2), Q(4, 6) og R(- 4, 12). Hvilket av følgende utsagn om trekanten PQR er sant?

A. PQR er en rettvinklet trekant med $\angle$P som den rette vinkelen.
B. PQR er en rettvinklet trekant med $\angle$Q som den rette vinkelen.
C. PQR er en rettvinklet trekant med $\angle$R som den rette vinkelen.
D. PQR er ikke en rettvinklet trekant.

Oppgave K08

K08

Hvilket av følgende kjeglesnitt beskrives av likningen
$(x - 3y)(x + 3y) = 36$?

A. Sirkel
B. Ellipse
C. Parabel
D. Hyperbel

Oppgave K09

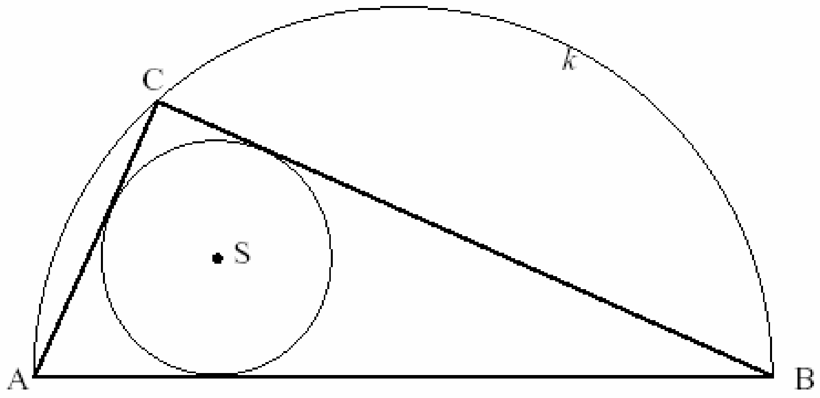
K09

Et plan er gitt ved likningen $3x + 2y - 4z = 12$. Bestem avstanden mellom planets skjæringspunkt med *x*-aksen og planets skjæringspunkt med *z*-aksen.

A. $\sqrt{7}$
B. 1
C. 5
D. 7

Oppgave K10

K10



AB er diameter i en halvsirkel *k*, C er et tilfeldig punkt på halvsirkelen (forskjellig fra A og B), og S er sentrum i sirkelen innskrevet i Δ ABC.
Da vil

A. ∠ASB forandres etter som C beveges langs *k*.

B. ∠ASB ha samme størrelse for alle posisjoner av C, men den kan ikke bestemmes uten at en kjenner radien.

C. ∠ASB = 135^{o} for alle C.

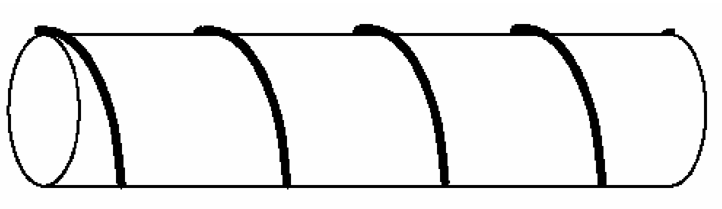
D. ∠ASB = 150^{o} for alle C.

Oppgave K12

En translasjon (parallellforskyvning) avbilder *A* (2,-3) over i *A´* (-3,-5).
Punktet *B* (1,4) avbildes i punktet *B´* ved den samme translasjonen.
Bestem koordinatene til *B´*.

Oppgave K14

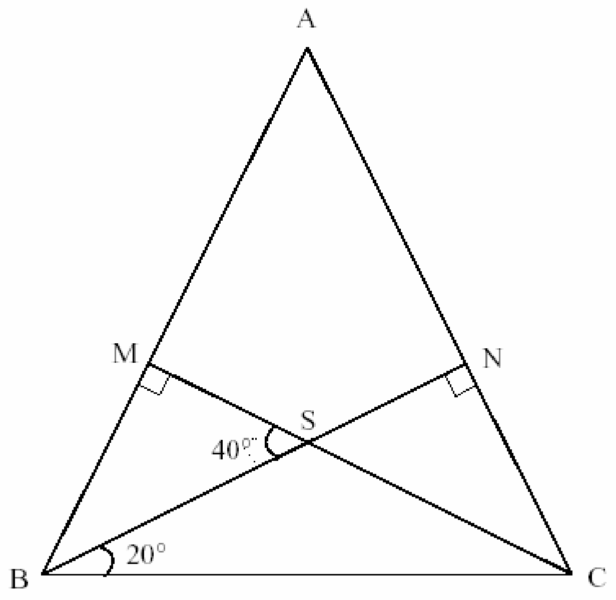
En snor blir viklet jevnt rundt en sirkulær stav. Snora går nøyaktig 4 ganger rundt staven. Stavens omkrets er 4 cm, og lengden er 12 cm.



Finn lengden av snora. Vis hvordan du kom fram til svaret.

Oppgave K18

I Δ ABC skjærer høydene BN og CM hverandre i punktet S. $\angle$MSB er 40° og $\angle$SBC er 20°. Bevis følgende påstand:
"Δ ABC er likebeint."
Gjør tydelig rede for gangen i beviset ditt.



Oppgave L08

L08

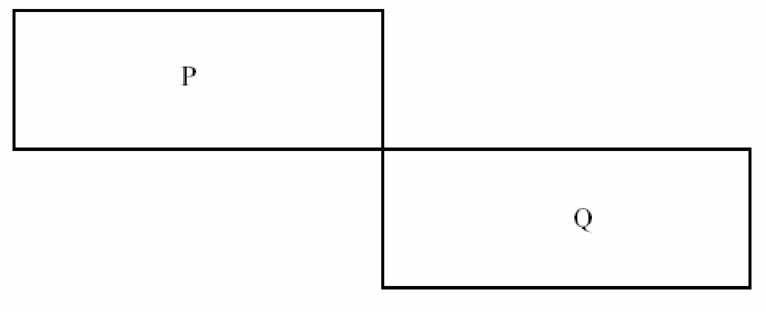
Koordinatene til tre punkter i planet er *Q*(-3, -1), *R*(-2,3) og *S*(1,-3).

Et fjerde punkt *T* er valgt slik at $\overrightarrow{ST} = 2\overrightarrow{QR}$.
Da er *y*-koordinaten til *T*

A. -11
B. -7
C. -1
D. 1
E. 5

Oppgave L09

L09



Rektangelet Q kan IKKE fås fra rektangelet P ved å ved å benytte

A. speiling (om en akse i papirets plan)

B. rotasjon (i papirets plan)

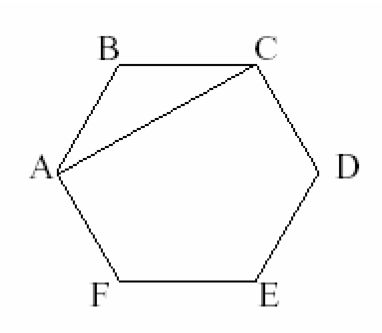
C. translasjon (parallellforskyvning)

D. translasjon etterfulgt av en speiling

Oppgave L12

L12

Hver side i den regulære sekskanten ABCDEF er 10 cm lang. Hvor lang er diagonalen AC?



A. $10\sqrt{3}$ cm
B. 20 cm
C. $5\sqrt{3}$
D. 10 cm
E. $20\sqrt{3}$ cm

Oppgave L13

To vektorer $\vec{a}$ og $\vec{b}$ $(\vec{a}, \vec{b} \neq \vec{0})$ er slik at: $\left|\vec{a} + \vec{b}\right| = \left|\vec{a} - \vec{b}\right|$.

Hvor stor er vinkelen mellom $\vec{a}$ og $\vec{b}$?

Oppgave L17

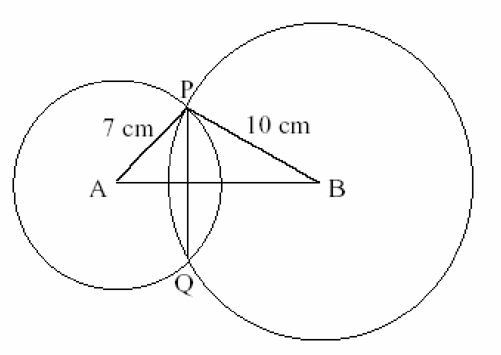
For hvilken reell verdi av k vil likningen nedenfor beskrive en sirkel med radius 3?

$x^2 + y^2 + 2x - 4y + k = 0$

Vis hvordan du kom fram til svaret.

Oppgave L18

To sirkler med sentre i henholdsvis A og B som vist nedenfor, har radier på henholdsvis 7 cm og 10 cm. Hvis lengden på den felles korden PQ er 8 cm, hvor lang er da AB? Vis hvordan du kom fram til svaret.



Oppgave K11

K11

En kortstokk med 24 kort er nummerert med heltallene fra 1 til 24. Hvis kortene stokkes og en trekker et tilfeldig kort, hva er da sannsynligheten for at nummeret på dette kortet er delelig med 4 eller 6?

A. $\frac{1}{6}$

B. $\frac{5}{24}$

C. $\frac{1}{4}$

D. $\frac{1}{3}$

E. $\frac{5}{12}$

Oppgave L10

L10

Et varslingsystem består av to uavhengige alarmer som har sannsynlighet henholdsvis 0,95 og 0,90 for å fungere ved et innbrudd. Finn sannsynligheten for at minst én alarm fungerer ved et innbrudd.

A. 0,995

B. 0,975

C. 0,95

D. 0,90

E. 0,855

Oppgave L14

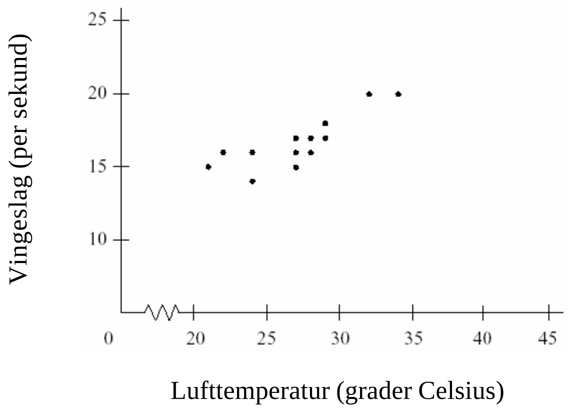
Et tusen tilfeldig utvalgte personer ble spurt om sine røyke- og drikkevaner. Resultatet av undersøkelsen finnes i tabellen nedenfor. Finn sannsynligheten for at en tilfeldig utvalgt av disse personene både røyker og drikker.

	Smokers	Non-smokers
Drinkers	320	530
Non-drinkers	20	130

(Tabellen hadde norsk tekst.)

Oppgave L15

Forskere har observert at gresshopper beveger vingene sine raskere i varmt vær enn i kaldt vær. Ved å måle tonehøyden på gresshoppesang kan man anslå lufttemperaturen. Nedenfor er en graf som viser 13 målinger av gresshoppesang (vingeslag per sekund) og den tilhørende lufttemperaturen.



a) Tegn en rett linje i diagrammet som ligger nærmest mulig de inntegnede målepunktene.

b) En dag høres gresshoppesang med 22 vingeslag per sekund. Bruk linjen din til å anslå lufttemperaturen.

Anslå lufttemperaturen: _____________

Andre oppgaver

Oppgave L11

L11
Søstrene Bjørklund kom med disse påstandene. Hvis Vera fortalte sannheten, hvem av de andre fortalte også sannheten? Lill: ”Hvis teppet er i bilen, så er det ikke i garasjen.” Silje: ”Hvis teppet ikke er i bilen, så er det i garasjen.” Vera: ”Hvis teppet er i garasjen, så er det i bilen.” Klara: ”Hvis teppet ikke er i bilen, så er det ikke i garasjen.” A. Lill B. Silje C. Klara D. Ingen andre har nødvendigvis fortalt sannheten.